

Équilibre alimentaire Approche Topos 3

Tableau : comparaison des ressources agricoles d'une sélection de pays

Voici une **formalisation catégorique du tableau** sous la forme d'un **Topos appliqué**. Je la présente en deux niveaux :

* d'abord un **modèle catégorique opératoire**, rigoureux dans son architecture ; * ensuite ce qu'on peut appeler, avec prudence, un **"Topos complet" au sens anthropologique inspiré de Grothendieck**, c'est-à-dire un espace structuré de points de vue, de transferts et de visions, bâti à partir des variables du tableau. Le tableau contient bien les objets de base nécessaires : pays, populations, SAU, régimes alimentaires, capacités de nourrir, écarts et pourcentage de population nourrie.

1. Intuition directrice

Le tableau compare, pour chaque pays, une **population réelle** à plusieurs **populations nourrissables possibles** selon trois régimes :

* végétarien : 1300 m² par habitant, * moyen mangeur de viande : 4300 m², * gros mangeur de viande : 6000 m².

La structure profonde est donc :

1. un **espace d'objets** : les pays et leurs propriétés ; 2. un **espace de paramètres** : les régimes alimentaires ; 3. un **espace de calcul** : les capacités nourricières ; 4. un **espace de comparaison** : déficit, surplus, taux de couverture.

Autrement dit, le tableau n'est pas seulement une matrice de nombres ; c'est déjà une **catégorie de situations nutritionnelles**.

2. Données primitives du modèle

On fixe les ensembles suivants.

2.1 Ensemble des pays

Soit (P) l'ensemble des pays ou agrégats du tableau : $[P = \{\text{France, Allemagne, ... Europe, États-Unis, Japon, Inde, Chine, ...}\}]$ Le tableau comporte à la fois des pays unitaires et des agrégats comme l'Europe.

2.2 Ensemble des régimes alimentaires

Soit $[R = \{r_V, r_M, r_G\}]$ avec :

* (r_V) = végétarien, * (r_M) = moyen mangeur de viande, * (r_G) = gros mangeur de viande.

On leur associe une fonction de coût surfacique : $[\sigma : R \rightarrow \mathbb{R}_{>0}]$ définie par :

$\sigma(r_V)=1300, \sigma(r_M)=4300, \sigma(r_G)=6000$] en m^2 par habitant.

2.3 Variables associées à chaque pays

Pour chaque pays ($p \in P$), on dispose au minimum de :

* ($N(p)$) : population réelle, * ($S(p)$) : surface agricole utile, * ($U(p)$) : surface urbanisée, * ($F(p)$) : surface forestière, * ($T(p)$) : surface totale, * ($A(p,r)$) : population nourrissable sous le régime $\mathbb{R}$, * ($E(p,r)$) : écart entre population nourrissable et population réelle, * ($C(p,r)$) : taux de couverture de la population.

Le tableau donne explicitement ces grandeurs ou leurs dérivés pour les trois régimes.

3. Première catégorie : la catégorie des situations alimentaires

On définit une catégorie ($\mathcal{S}$), la **catégorie des situations alimentaires**.

3.1 Objets

Un objet de ($\mathcal{S}$) est un couple : $[X=(p,r)]$ où ($p \in P$) et ($r \in R$).

Interprétation : “le pays (p) considéré sous le régime alimentaire $\mathbb{R}$ ”.

Exemples : $[(\text{France}, r_M), (\text{Japon}, r_G), (\text{Brésil}, r_V)]$

3.2 Morphismes

Un morphisme dans ($\mathcal{S}$) représente un **changement structuré de point de vue**. Il y en a trois types.

a) Morphismes de régime

Pour un pays fixé (p), on a : $[(p,r_V) \rightarrow (p,r_M) \rightarrow (p,r_G)]$ si l’on veut modéliser une augmentation de la pression foncière par habitant.

Ces morphismes expriment le passage entre scénarios alimentaires.

b) Morphismes de comparaison entre pays

Pour un régime fixé $\mathbb{R}$, on peut avoir : $[(p,r) \rightarrow (q,r)]$ lorsqu’on compare deux pays sous un même régime.

c) Morphismes d’agrégation

On peut définir : $[(\text{France}, r), (\text{Allemagne}, r), \dots \rightarrow (\text{Europe}, r)]$ pour modéliser l’agrégation régionale figurant dans le tableau.

Ces morphismes font déjà apparaître une structure catégorielle : variation, comparaison, agrégation.

4. Foncteurs numériques naturels

Le tableau induit plusieurs foncteurs de ($\mathcal{S}$) vers une catégorie de valeurs ordonnées, par

exemple $(\mathbf{Ord})$ ou $(\mathbf{R})$.

4.1 Foncteur population nourrissable

$[\mathcal{A} : \mathcal{S} \rightarrow \mathbf{R}_{\geq 0}]$ tel que $[\mathcal{A}(p,r)=A(p,r)]$

Dans le tableau, par exemple :

* France sous régime moyen : (A=65) millions, * Europe sous régime moyen : (A=404) millions, * États-Unis sous régime moyen : (A=860) millions.

4.2 Foncteur écart

$[\mathcal{E} : \mathcal{S} \rightarrow \mathbf{R}]$ avec $[\mathcal{E}(p,r)=A(p,r)-N(p)]$

Ainsi :

* France sous régime moyen : écart (=0), * Europe sous régime moyen : (-115), * États-Unis sous régime moyen : (+525).

4.3 Foncteur couverture

$[\mathcal{C} : \mathcal{S} \rightarrow \mathbf{R}_{\geq 0}]$ avec $[\mathcal{C}(p,r)=\frac{A(p,r)}{N(p)} \times 100]$

Ainsi :

* France sous régime moyen : (100%), * Europe : (78%), * Japon : (9%), * Australie : (3686%).

5. Catégorie des ressources et foncteur de réalisation

Pour construire un modèle plus profond, on distingue la catégorie des **ressources** de la catégorie des **situations**.

5.1 Catégorie $(\mathcal{R})$ des ressources territoriales

Un objet de $(\mathcal{R})$ est un quadruplet : $[Y=(T,U,S,F)]$ où :

* (T) = surface totale, * (U) = surface urbanisée, * (S) = SAU, * (F) = surface forestière.

Un morphisme de $(\mathcal{R})$ peut représenter :

* une perte de SAU, * une artificialisation, * une reforestation, * une recomposition territoriale.

5.2 Foncteur de réalisation nutritionnelle

On définit un foncteur $[\Phi : \mathcal{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathcal{S}]$ qui, à une configuration territoriale et un régime, associe une situation alimentaire.

Le calcul essentiel est : $[A(p,r)=\frac{S(p) \cdot 10^6}{\sigma^R}]$ si (S(p)) est exprimée en km² et (σ^R) en m² par habitant.

Puis : $[E(p,r)=A(p,r)-N(p)]$ et $[C(p,r)=\frac{A(p,r)}{N(p)} \times 100]$

Le tableau peut donc être vu comme l'image d'un foncteur de calcul appliqué à un ensemble de territoires et à trois régimes.

6. Passage au site : comment faire apparaître un topos

Pour obtenir un **topos**, il faut plus qu'une catégorie : il faut une catégorie munie d'une notion de recouvrement, donc un **site**.

On prend comme catégorie de base ($\mathcal{B}$) la catégorie dont les objets sont les domaines d'observation :

* pays, * sous-régions, * agrégats régionaux, * monde.

Les morphismes sont des inclusions, agrégations, projections comparatives.

6.1 Recouvrements

On déclare qu'une famille $[\{U_i \rightarrow X\}_{i \in I}]$ est un recouvrement si elle permet de reconstituer l'information pertinente sur (X) .

Exemples :

* les pays européens recouvrent l'objet "Europe" ; * les trois régimes recouvrent l'objet "profil nutritionnel d'un pays" ; * les variables $(\{N,S,A,E,C\})$ recouvrent l'objet "situation alimentaire".

On obtient alors un site ¹⁾, où (J) est la topologie de Grothendieck choisie.

7.

Le topos proprement dit

Le **topos associé** est la catégorie des faisceaux sur ce site : $[\mathbf{Sh}(\mathcal{B}, J)]$

Interprétation : un faisceau associe à chaque domaine d'observation (X) un ensemble structuré de données cohérentes, et impose que les données locales compatibles se recollent en une donnée globale.

7.1 Faisceau des ressources

$[\mathcal{F}_{\text{res}}(X) = \{ \text{surfaces, SAU, urbanisation, forêt sur } X \}]$

7.2 Faisceau des populations

$[\mathcal{F}_{\text{pop}}(X) = \{ \text{population, densité, structure de consommation sur } X \}]$

7.3 Faisceau des capacités nourricières

$[\mathcal{F}_{\text{cap}}(X) = \{ \text{capacités selon } r_V, r_M, r_G \}]$

7.4 Faisceau des équilibres

$[\text{F}_{\text{eq}}(X) = \{\text{écarts, déficits, surplus, taux de couverture}\}]$

Le tableau correspond alors à une **section globale partielle** de ces faisceaux sur le site choisi.

8. Logique interne du topos

L'intérêt majeur du topos est sa **logique interne**.

On ne raisonne plus seulement en vrai/faux, mais en vérité contextualisée.

Exemples de propositions internes :

* "La France est autosuffisante" n'est pas une proposition absolue. * La bonne proposition est :

[
 $\text{Autosuffisance}(\text{France}, r_M)$
]
 qui est vraie dans le contexte du régime moyen, mais fausse dans le contexte gros mangeur de viande.

De même : $[\text{Dépendance}(\text{Europe}, r_M)]$ est vraie car l'Europe ne couvre que 78 % de sa population dans ce régime.

La logique du topos remplace donc les assertions absolues par des assertions **indexées par contexte**.

9. Objets remarquables du topos

9.1 Objet des régimes

$[\mathbb{R}_{\text{alim}} = \{r_V, r_M, r_G\}]$ c'est l'objet des scénarios de consommation.

9.2 Objet des territoires

$[\mathbb{T}]$ dont les éléments sont les pays ou agrégats.

9.3 Objet des équilibres

$[\mathbb{E}]$ avec valeurs :

* déficit fort, * déficit modéré, * équilibre, * surplus modéré, * surplus fort.

On peut définir une flèche de classification : $[\chi : \mathbb{T} \times \mathbb{R}_{\text{alim}} \rightarrow \mathbb{E}]$

Exemples :

$(\chi(\text{France}, r_M) = \text{équilibre}), (\chi(\text{Europe}, r_M) = \text{déficit modéré}),$
 $(\chi(\text{Japon}, r_M) = \text{déficit fort}), (\chi(\text{Australie}, r_M) = \text{surplus fort}).$

10. Sous-objet classifiant : formalisation des seuils

Dans un topos, les sous-objets sont classés par un objet (Ω).

Ici, dans la version appliquée, on peut construire un (Ω) pragmatique à plusieurs niveaux : [$\Omega = \{\text{bot}, \text{fragile}, \text{équilibré}, \text{top}\}$]

où une proposition comme “(p) est autosuffisant” prend une valeur graduée selon le régime et le seuil choisi.

Par exemple :

* $(C(p,r) < 50\%) : \text{bot}$, * $(50\% \leq C(p,r) < 100\%) : \text{fragile}$, * $(C(p,r) = 100\%) : \text{équilibré}$, * $(C(p,r) > 100\%) : \text{top}$.

On obtient ainsi une logique intuitionniste bien adaptée aux phénomènes graduels.

11. Limites, produits, colimites

11.1 Produits

Le produit [$\mathbb{T} \times \mathbb{R}_{\text{alim}}$] est l’espace de toutes les situations possibles “pays × régime”.

11.2 Limites

Une limite permet de caractériser une situation d’équilibre comme objet satisfaisant simultanément plusieurs contraintes :

* population couverte, * SAU suffisante, * écart nul ou positif.

11.3 Colimites

Les colimites modélisent l’agrégation : [$\text{France} \amalg \text{Allemagne} \amalg \dots \amalg \text{Europe}$] Le tableau comporte explicitement cette colimite empirique sous la ligne Europe.

12. Faisceaux et vision : où apparaît la “vision” grothendieckienne

Le topos ne sert pas seulement à classer ; il sert à faire émerger une **vision**.

Dans ce cas, la vision globale issue des sections cohérentes est la suivante :

1. l’autosuffisance alimentaire n’est pas une propriété absolue des pays ; 2. elle dépend fortement du régime alimentaire ; 3. l’espace mondial est dissymétrique :

- quelques grands pôles de surplus,
- beaucoup de zones déficitaires ;

4. l’Europe apparaît comme structurellement fragile en régime moyen ; 5. le carnivorisme élevé réduit

massivement les équilibres.

Cette vision n'est pas une case du tableau ; elle est un **global section meaning**, une signification globale obtenue par recollement.

13. Ponts entre topos

C'est ici que le modèle devient vraiment puissant.

Le topos alimentaire ainsi construit peut être relié à d'autres topos par des foncteurs.

13.1 Pont vers le topos géopolitique

Foncteur : $[F_{\text{geo}} : \mathbf{Sh}(\mathcal{B}, J) \rightarrow \mathbf{Sh}(\mathcal{G}, J_G)]$ où $(\mathcal{G})$ décrit dépendances, importations, routes maritimes, conflits.

Exemple : déficit alimentaire $(\rightarrow)$ dépendance géostratégique.

13.2 Pont vers le topos sanitaire

$[F_{\text{san}} : \mathbf{Sh}(\mathcal{B}, J) \rightarrow \mathbf{Sh}(\mathcal{H}, J_H)]$ où l'on relie régimes, protéines, transformations alimentaires, risques nutritionnels.

13.3 Pont vers le topos Stevenson

$[F_{\text{Stev}} : \mathbf{Sh}(\mathcal{B}, J) \rightarrow \mathbf{Sh}(\mathcal{N}, J_N)]$ où $(\mathcal{N})$ est la catégorie des besoins fondamentaux.

Le besoin de nutrition y reçoit :

* une base biologique, * une base territoriale, * une base politique, * une base relationnelle.

14. Formulation compacte du "Topos complet"

On peut maintenant résumer le modèle ainsi :

14.1 Site de base

$[(\mathcal{B}, J)]$ où :

* objets = territoires, régimes, agrégats, variables, * morphismes = inclusions, comparaisons, agrégations, changements de régime, * recouvrements = familles d'observations permettant le recollement.

14.2 Topos

$[\mathcal{T}_{\text{alim}} = \mathbf{Sh}(\mathcal{B}, J)]$

14.3 Faisceaux principaux

* $(\mathcal{F}_{\text{res}})$: ressources territoriales, * $(\mathcal{F}_{\text{pop}})$: populations, *

$(\mathcal{F}_{\text{cap}})$: capacités nourricières, $(\mathcal{F}_{\text{eq}})$: déficits / surplus / couverture.

14.4 Flèches structurantes

* calcul nutritionnel :

```
[
\Phi : \mathcal{F}^{\text{res}} \times \mathbb{R}^{\text{alim}} \rightarrow \mathcal{F}_{\text{cap}}
]
```

* comparaison au réel :

```
[
\Psi : \mathcal{F}^{\text{cap}} \times \mathcal{F}^{\text{pop}} \rightarrow \mathcal{F}_{\text{eq}}
]
```

* classification :

```
[
\chi : \mathcal{F}_{\text{eq}} \rightarrow \Omega
]
```

15. Traduction en langage simple

Le modèle catégorique complet dit ceci :

* un pays n'est pas étudié isolément, mais comme **objet d'un réseau de relations** ; * un régime alimentaire est un **paramètre morphique** qui transforme toute la structure ; * les données locales des pays peuvent se **recoller** en visions régionales ou mondiales ; * les jugements comme "autosuffisant" ou "déficientaire" ne sont pas absolus, mais **internes à un contexte** ; * le tableau devient alors un **espace de navigation conceptuelle**, et non plus un simple tableau comparatif.

16. Point de vigilance

Je précise avec rigueur : ce que je viens de formaliser est un **modèle toposifiant appliqué**, très utile intellectuellement, mais ce n'est pas une démonstration au sens strict de la théorie des topos de Grothendieck telle qu'en géométrie algébrique.

Autrement dit :

* **oui**, on peut formaliser ce tableau comme un site, des faisceaux, une logique interne, des objets classifiants, des ponts ; * **non**, il ne faut pas faire croire qu'on a automatiquement un théorème mathématique profond sur l'alimentation.

C'est une **formalisation structurale forte**, pas une prétention abusive.

17. Conclusion

Le tableau devient, sous cette formalisation :

$$[\mathcal{T}_{\text{alim}} = \mathbf{Sh}(\mathcal{B}, J)]$$

c'est-à-dire un **Topos de l'équilibre alimentaire**, où :

* les **objets** sont les situations territoriales et nutritionnelles, * les **morphismes** expriment les comparaisons, agrégations et changements de régime, * les **faisceaux** portent les données cohérentes, * la **logique interne** contextualise les jugements, * les **sections globales** font émerger la vision du système alimentaire mondial.

1)

$$\mathcal{B}, J$$

From:

<https://test.la-plateforme-stevenson.org/v4/> - La Plateforme Stevenson

Permanent link:

https://test.la-plateforme-stevenson.org/v4/connaissance/comprendrepape/equilibre_alimentaire_approche_topos_3?rev=1784118544

Last update: 2026/07/15 14:29

